

# К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

# МАТЕМАТИКА



РАЗРАБОТАНО  
МИОО

## ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий  
Ответы и решения  
Критерии оценок  
Бланки ответов



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

---

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

# МАТЕМАТИКА

## ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

*Разработано МИОО*

*для использования в образовательных учреждениях*

*Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий*

*для подготовки к единому государственному экзамену по математике*

**10 вариантов заданий**

**Ответы и решения**

**Критерии оценок**

**Бланки ответов**

**Издательство  
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА  
2011**

УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21  
Е33

**Е33 ЕГЭ 2011. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ 2011. Типовые тестовые задания»)**

ISBN 978-5-377-03855-9

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2011 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2011 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерством образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51  
ББК 74.262.21



Подписано в печать 20.07.2010. Формат 60×90/8.

Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 3,22. Усл. печ. л. 7.

Тираж 50 000 экз. Заказ 1297

ISBN 978-5-377-03855-9

© Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,  
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,  
Шноль Д.Э., Яценко И.В., 2011  
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы .....	5
Тренировочная работа 1 .....	6
Часть 1 .....	6
Часть 2 .....	8
Тренировочная работа 2 .....	10
Часть 1 .....	10
Часть 2 .....	12
Тренировочная работа 3 .....	14
Часть 1 .....	14
Часть 2 .....	16
Тренировочная работа 4 .....	18
Часть 1 .....	18
Часть 2 .....	20
Тренировочная работа 5 .....	22
Часть 1 .....	22
Часть 2 .....	24
Тренировочная работа 6 .....	26
Часть 1 .....	26
Часть 2 .....	28
Тренировочная работа 7 .....	30
Часть 1 .....	30
Часть 2 .....	32
Тренировочная работа 8 .....	34
Часть 1 .....	34
Часть 2 .....	36
Тренировочная работа 9 .....	38
Часть 1 .....	38
Часть 2 .....	40
Тренировочная работа 10 .....	42
Часть 1 .....	42
Часть 2 .....	44



<b>Ответы .....</b>	<b>46</b>
Тренировочная работа 1 .....	46
Тренировочная работа 2 .....	46
Тренировочная работа 3 .....	46
Тренировочная работа 4 .....	47
Тренировочная работа 5 .....	47
Тренировочная работа 6 .....	47
Тренировочная работа 7 .....	48
Тренировочная работа 8 .....	48
Тренировочная работа 9 .....	48
Тренировочная работа 10 .....	49
<b>Решение заданий .....</b>	<b>50</b>
Тренировочная работа 5 .....	50

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

*Желаем успеха!*

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

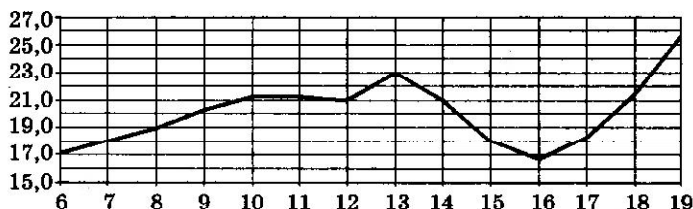
В1

- В1. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.



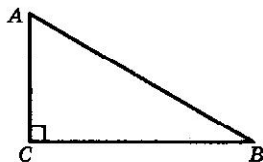
Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от  $17^{\circ}\text{C}$  до  $21^{\circ}\text{C}$

В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\log_7(x - 6) = 2$ .

В4

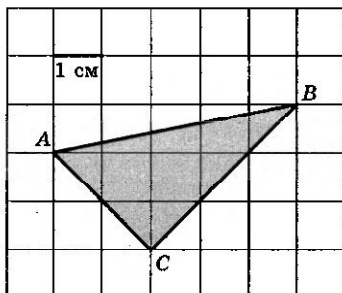
- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^{\circ}$ , угол  $A$  равен  $60^{\circ}$ ,  $AB = 8$ . Найдите  $AC$ .



- B5.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

 **B5**

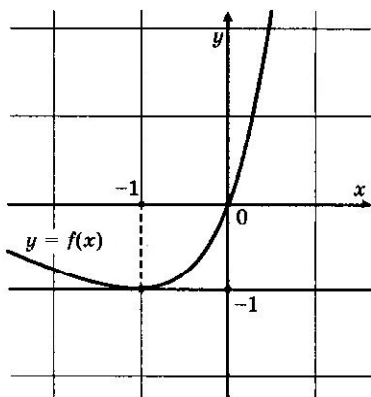
- B6.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

 **B6**


- B7.** Найдите значение выражения  $10 \cdot 7^{\log_7 4}$ .

 **B7**

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

 **B8**


- B9.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $128\text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

 **B9**

В10

В10. Зависимость объема спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

В11

В11. Найдите наибольшее значение функции  $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

В12

В12. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

## Часть 2

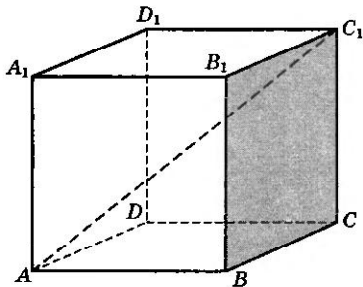
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

С1. Решите уравнение  $(6 \cos^2 x - 5 \cos x - 4) \sqrt{-43 \sin x} = 0$ .

С2

С2. В кубе  $A...D_1$  найдите тангенс угла между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .



С3

С3. Решите неравенство  $\log_{x+2} (36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2 (x - 18)^2 \geq 2$ .

С4

С4. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  — центр вписанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .



- C5. Найти все значения параметра  $a$ , при которых система 
$$\begin{cases} \log_a(x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

C5

- C6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

C6

## ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

### Часть 1

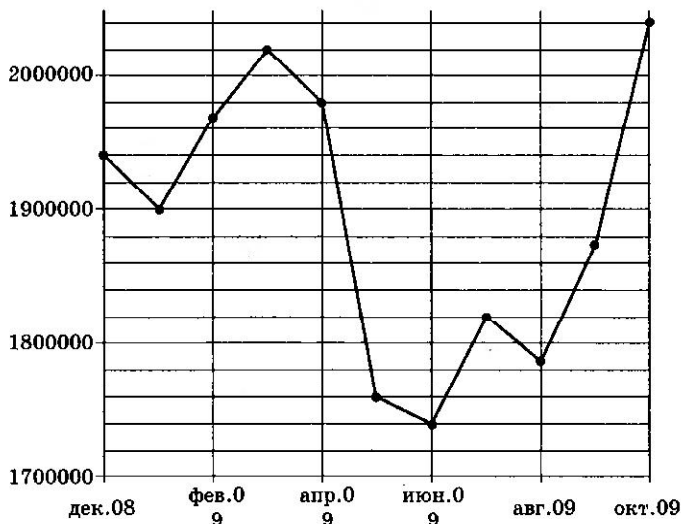
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

В2

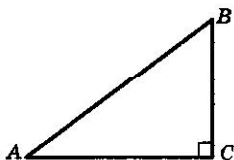
- В2. На рисунке жирными точками показана средняя недельная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за неделю (среднее за 4 недели месяца). Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю недельную аудиторию за указанный период.



В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$ .

- B4.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $\cos A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

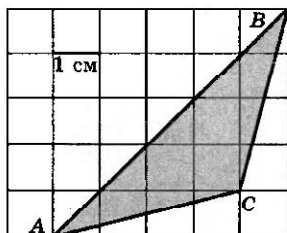

 **B4**

- B5.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
A	100	20
B	90	25
B	170	Бесплатно

 **B5**

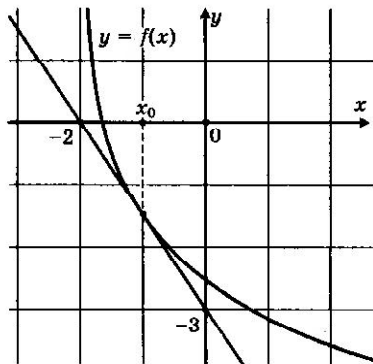
- B6.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.


 **B6**

- B7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 2}$ .

 **B7**

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .

 **B8**


B9

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен  $3 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

B10

B10. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 25$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x+5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$ .

B12

B12. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение  $\frac{\log_2^2(\cos x) + \log_2(\cos x)}{\sin x} = 0$ .

C2

C2. Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , если расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

C3

C3. Решите неравенство  $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7$ .

C4

C4. В трапеции  $ABCD$  известны боковые стороны  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и верхнее основание  $BC = 5$ . Известно, что  $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$ . Найдите  $AC$ .

С5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

С5

С6. Решите уравнение  $3^m + 4^n = 5^k$  в натуральных числах.

С6



# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

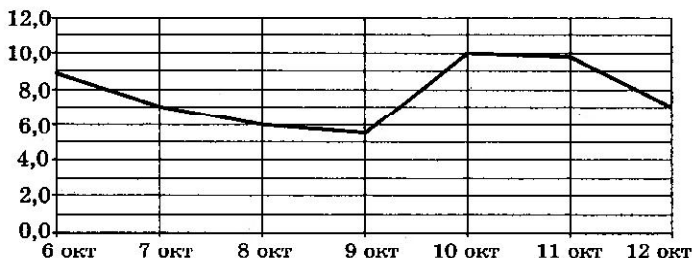
В1

- В1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какой была наибольшая среднесуточная температура в указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.

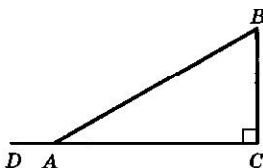


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{5}}(5-x) = -2$ .

В4

- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите синус угла  $BAD$ .



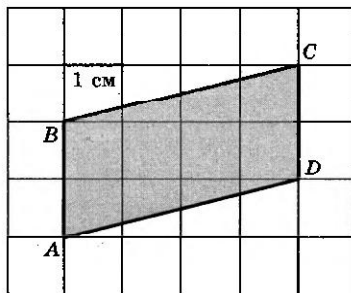
- B5.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

B5

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

- B6.** Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B6

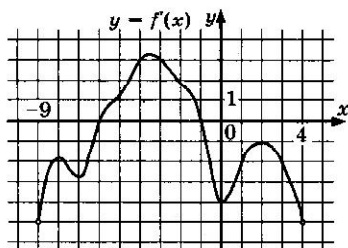


- B7.** Вычислите значение выражения  $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$ .

B7

- B8.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 17$  или совпадает с ней.

B8



B9

- B9. Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $18 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

B10

- B10. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t_0$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B11

- B11. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

B12

- B12. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите уравнение  $(2 \sin x + \sqrt{3}) \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$ .

C2

- C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C3

- C3. Решите неравенство  $\frac{\log_2(3x+2)}{\log_3(2x+3)} \leq 0$ .

C4

- C4. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

**C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

C5

**C6.** На числовой оси отмечены все точки с целыми координатами. Разрешается прыгать на 1 и на 4 вправо или влево. Можно ли за 2010 таких прыжков попасть из точки 1 в точку 2, ни разу не попадая в точки с координатами, кратными 4?

C6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

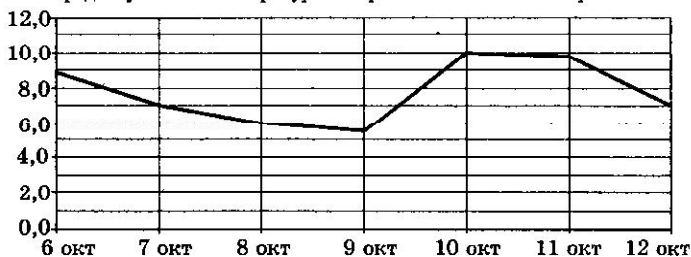
В1

- В1. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.

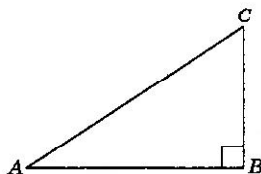


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$ .

В4

- В4. Один острый угол прямоугольного треугольника на  $30^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол.

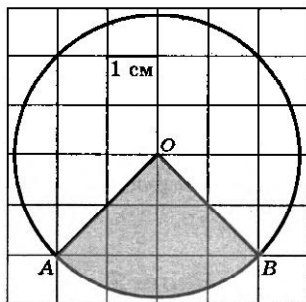




- B5.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

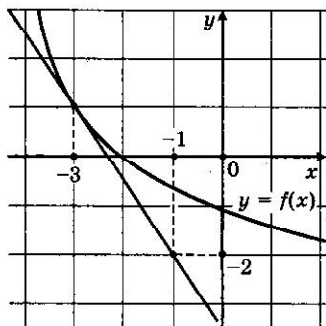
Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут

- B6.** Найдите площадь  $S$  сектора. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения  $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-3$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -3$ .



**B9**

**B9.** Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна  $22 \text{ см}^2$ ? Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

**B10**

**B10.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока  $20 \text{ А}$ . Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в  $220 \text{ вольт}$ , чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B11**

**B11.** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

**B12**

**B12.** Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на  $30 \text{ метров}$  больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на  $20 \text{ метров}$ . Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила  $2400 \text{ м}^2$ .

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

**C1.** Решите уравнение  $\frac{4 \cos^2 x - 3 \cos x}{3 \operatorname{tg} x + 4} = 0$ .

**C2**

**C2.** Диаметр окружности основания цилиндра равен  $20$ , образующая цилиндра равна  $28$ . Плоскость пересекает его основания по хордам длины  $12$  и  $16$ . Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

**C3**

**C3.** Решите неравенство  $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$ .

**C4**

**C4.** Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — основания высот треугольника  $ABC$ . Углы треугольника  $A_1B_1C_1$  равны  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

- С5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система
- $$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$
- не имеет решений.

**С5**

- С6.** При каком наибольшем  $n$  найдется  $n$  семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

**С6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

## Часть 1

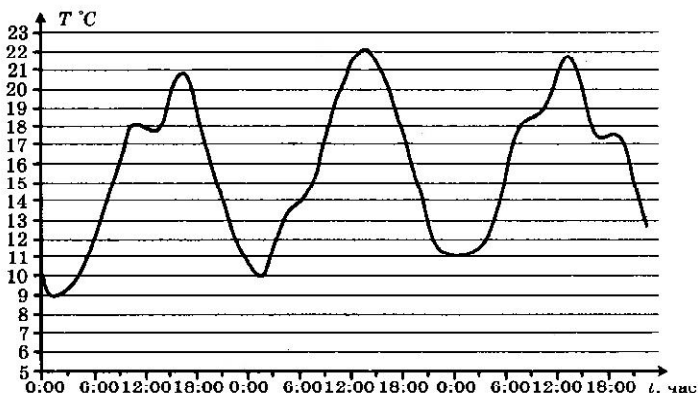
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

В2

- В2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с воскресенья на понедельник.



В3

- В3. Найдите корень уравнения  $5^{4-x} = 25$ .

В4

- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Найдите  $\sin B$ .

В5

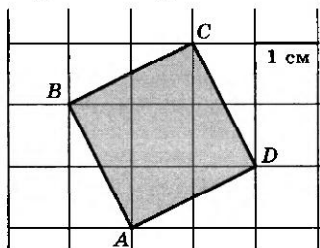
- В5. В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5 000 руб., он получает скидку на сле-

дующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право вернуть товар в магазин.

Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего:

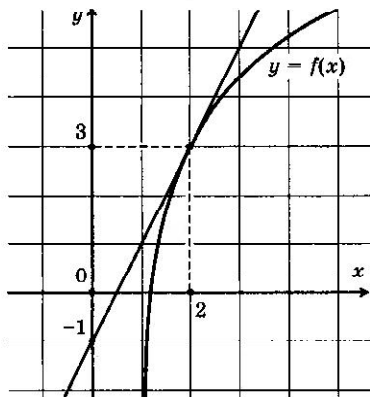
1. В. купит все три товара сразу.
  2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
  3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

- B6.** Найдите площадь квадрата  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения  $7 \cdot 10^{\lg 10^3}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 2. Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = 2$ .



- B9.** Объем данного правильного тетраэдра равен  $2 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .



**B10**

- B10.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ , где  $R$  — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

**B11**

- B11.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \cos x - 6x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

**B12**

- B12.** Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

## Часть 2

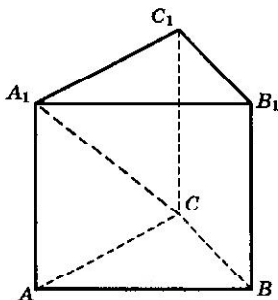
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1**

- C1.** Решите уравнение  $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$ .

**C2**

- C2.** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .

**C3**

- C3.** Решите неравенство  $\frac{\log_{2x-3} \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3$ .

- C4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

C4

- C5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^a + y = 2x \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

C5

- C6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

C6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

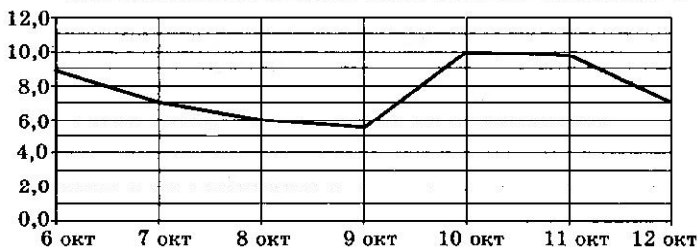
В1

- В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



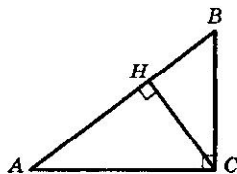
Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\log_4(5-x) = 2$ .

В4

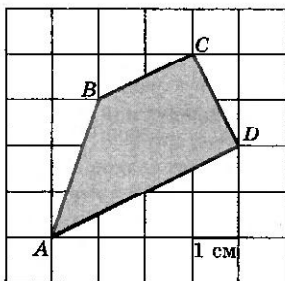
- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $AC = 4$ . Найдите высоту  $CH$ .



- B5.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

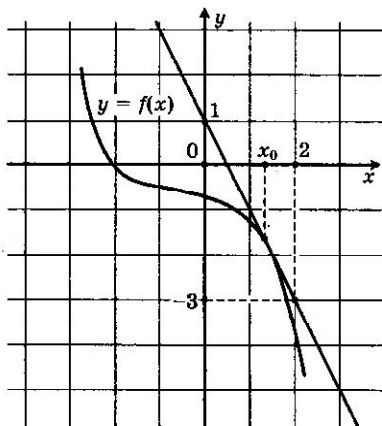
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
В	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

- B6.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Вычислите значение выражения  $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{6}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



B9

- B9. Объем данного правильного тетраэдра равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

B10

- B10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340^\circ \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B11

- B11. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 7)e^{x-6}$  на отрезке  $[5; 7]$ .

B12

- B12. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} - 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

C2

- C2. Основание прямой четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью грани  $AA_1 D_1 D$  призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра  $CD$  перпендикулярно прямой  $B_1 D$ , если расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

C3

- C3. Решите неравенство 
$$\frac{\log_2(2x^2 - 13x + 20) - 1}{\log_3(x + 7)} \leq 0.$$

C4

- C4. Около треугольника  $ABC$  описана окружность с центром  $O$ , угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ . В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $M$ . Найдите угол  $AMC$ .

- C5. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C5

- C6. Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

C6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

## Часть 1

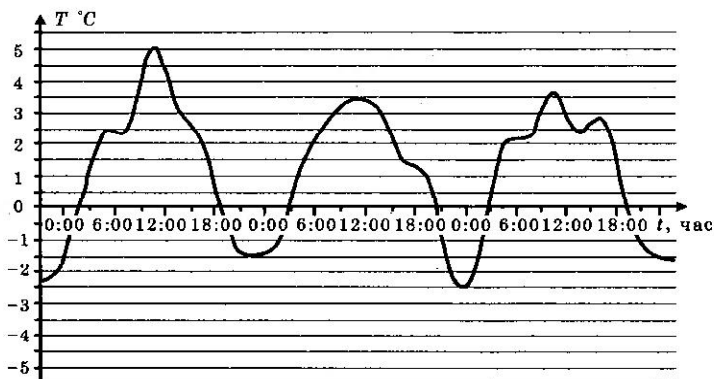
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? (Знак % в ответе не пишете.)

В2

- В2. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 2 марта. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах. Найдите по графику наибольшую температуру воздуха 3 марта.

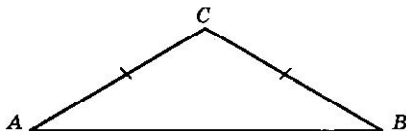


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{4x+5} = 5$ .

В4

- В4. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ . Найдите  $AC$ .

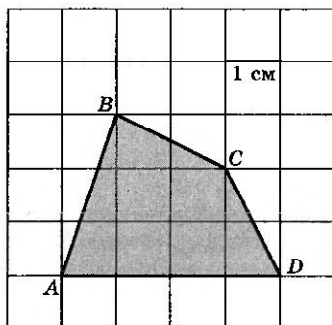


- B5.** Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

B5

- B6.** Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ . Размер каждой клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B6

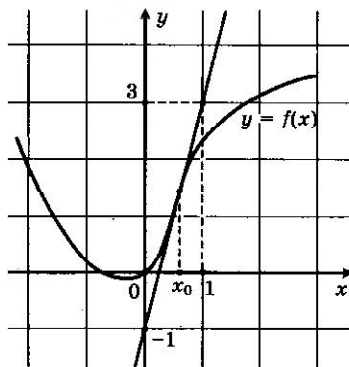


- B7.** Найдите значение выражения  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

B7

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

B8



- B9.** Объем конуса равен 6 см<sup>3</sup>. Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

B9



B10

- B10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$ , определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

B11

- B11. Найдите наибольшее значение функции  $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi} x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$ .

B12

- B12. Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

## Часть 2

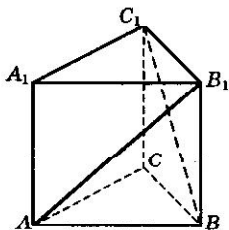
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите уравнение  $(\sqrt{2} \cos^2 x + \cos x) \sqrt{-21 \tan x} = 0$ .

C2

- C2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



C3

- C3. Решите неравенство  $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$ .

C4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .

C4

C5. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

C5

C6. Решите в целых числах уравнение  $m \cdot n^2 = 10^5 n + m$ .

C6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

## Часть 1

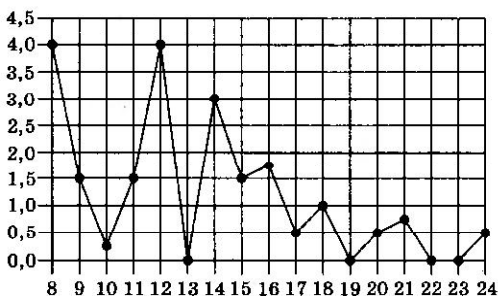
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

В2

- В2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.

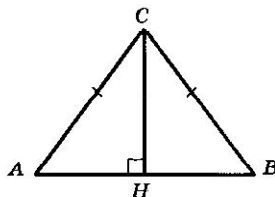


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\log_5(x - 4) = 2$ .

В4

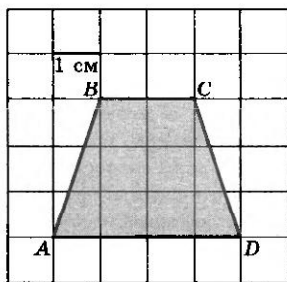
- В4. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$ . Найдите  $AB$ .



- B5.** В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

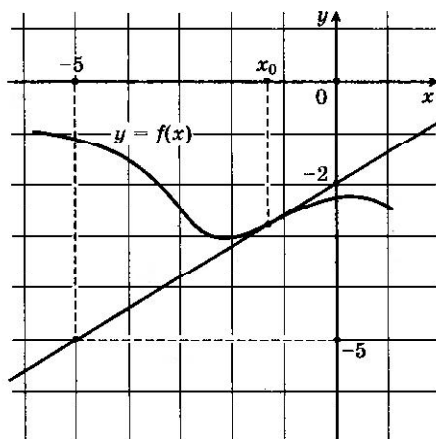
Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость (минимальной поездки*)	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200	Нет	13
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	18
В	180	10 мин. — 200 руб.	14

- B6.** Найдите площадь трапеции  $ABCD$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения  $5 \cdot 7^{\log_7 3}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



B9

B10

B11

B12

B9. Объем цилиндра равен  $12 \text{ см}^3$ . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

B10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника  $T_2 = 275 \text{ К}$ ? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B11. Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

B12. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна  $20 \text{ км/ч}$ , проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна  $4 \text{ км/ч}$ , стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

## Часть 2

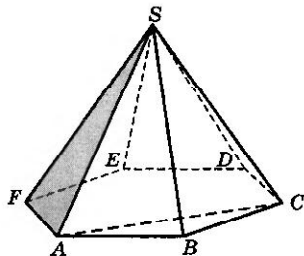
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение  $\frac{9^{\sin^2 x} - 3^{\sqrt{3} \sin x}}{\sqrt{-2 \cos x - 1}} = 0$ .

C2

C2. В правильной шестиугольной пирамиде  $SA_1 \dots F_6$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .



**C3.** Решите неравенство  $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3)$ .

**C3**

**C4.** Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что  $CH = AB$ . Найдите угол  $ACB$ .

**C4**

**C5.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

**C5**

**C6.** Решите в целых числах уравнение  $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$ .

**C6**

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

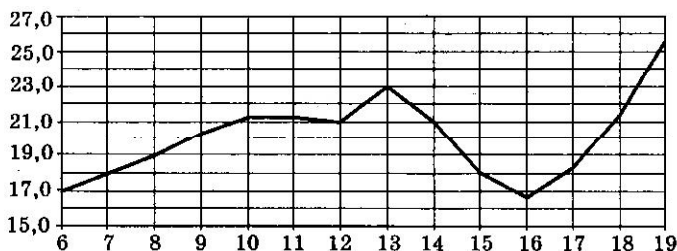
В1

- В1. В одном контейнере можно разместить 9 одинаковых коробок. Какое наименьшее число контейнеров потребуется для того, чтобы разместить 67 таких коробок?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какого числа из указанного периода средняя температура была наименьшей.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.

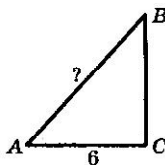


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{6x+7} = 7$ .

В4

- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ,  $AC = 6$ . Найдите  $AB$ .



- B5.** В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.

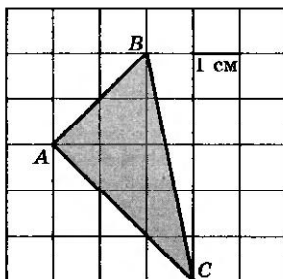
B5

Покупатель Г. хочет приобрести куртку ценой 9700 руб., шапку ценой 1400 руб. и футболку ценой 450 руб. В каком случае Г. заплатит за покупку меньше всего:

1. Г. купит все три товара сразу.
  2. Г. купит сначала куртку и шапку, а потом футболку со скидкой.
  3. Г. купит сначала куртку и футболку, а потом шапку со скидкой.
- В ответ запишите сумму, которую заплатит Г. за покупку в этом случае.

- B6.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B6

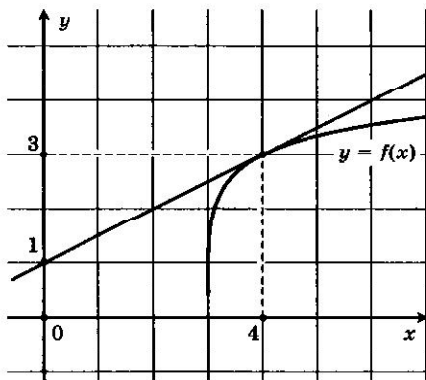


- B7.** Вычислите значение выражения  $7^{\log_7 3} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$ .

B7

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 4. Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = 4$ .

B8





В9

В10

В11

В12

В9. Бильярдный шар весит 200 г. Сколько граммов будет весить шарик вдвое меньшего радиуса, сделанный из того же материала?

В10. Высоту над землёй подброшенного вверх мяча можно вычислять по формуле  $h(t) = 2 + 12t - 5t^2$  ( $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 6 метров?

В11. Найдите наименьшее значение функции  $y = 6x - 6 \operatorname{tg} x + 11$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

В12. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей. (Знак процента в ответе не пишите.)

## Часть 2

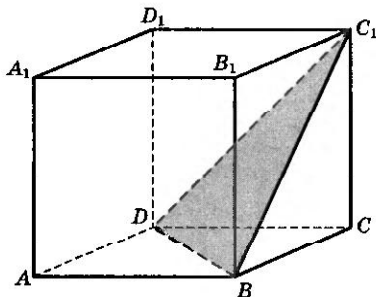
Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

С1. Решите уравнение  $\frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x}{\sqrt{-19 \sin x}} = 0$ .

С2

С2. В кубе  $A \dots D_1$  найдите тангенс угла между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BC_1D$ .



С3

С3. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)} < 0$ .

- C4. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.

C4

- C5. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^{y^2} = \sqrt[3]{-0,125 - 3x - 2x^2}, \\ 16x^2 + 1 = 8y - 24x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C5

- C6. Все обыкновенные правильные несократимые дроби, числители и знаменатели которых двузначные числа, упорядочили по возрастанию. Между какими двумя последовательно расположенными дробями находится число  $\frac{5}{8}$ ?

C6

# ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

## Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

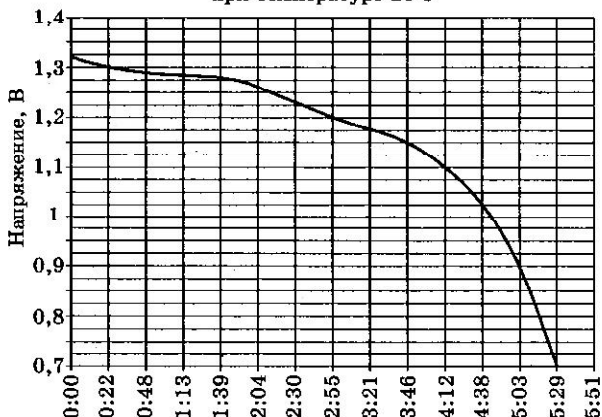
В1

- В1. Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

В2

- В2. На графике показано изменение напряжения на батарейке (в Вольтах) в зависимости от времени её использования. Известно, что фонарик работает при напряжении, большем 0,9 В. Сколько полных часов проработает фонарик на данной батарейке?

при температуре 23°C

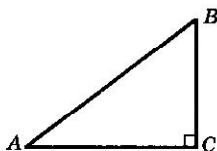


В3

- В3. Найдите корень уравнения  $\log_7(x+7) = -2$ .

В4

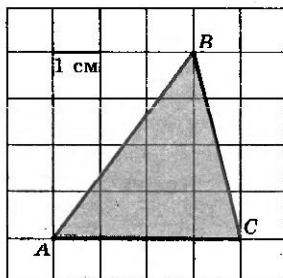
- В4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ . Найдите  $\cos B$ .



- B5.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

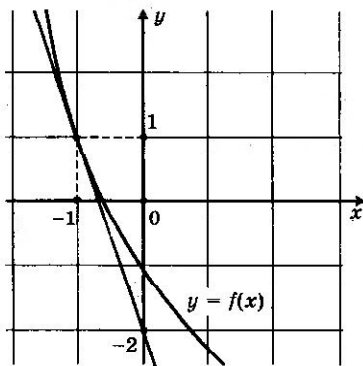
Фирма	Стоимость стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

- B6.** Найдите площадь треугольника  $ABC$ . Размер каждой клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Вычислите значение выражения  $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$ .

- B8.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



- B9.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B10

- B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 12$  мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен  $T = 15$  ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

B11

- B11. Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

B12

- B12. Города  $A$ ,  $B$  и  $C$  соединены прямолинейным шоссе, причем город  $B$  расположен между городами  $A$  и  $C$ . Из города  $A$  в сторону города  $C$  выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города  $B$  в сторону города  $C$  выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на  $28$  км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно  $112$  км?

## Часть 2

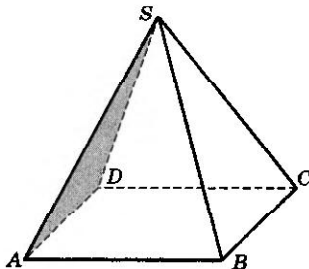
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3^x + 2 \sin y = 3, \\ 4 \cos^2 y - 4 \cos y - 3 = 0. \end{cases}$$

C2

- C2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой  $AB$  и плоскостью  $SAD$ .



C3

- C3. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ .

C4. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle AO_1B = 90^\circ$ ,  $\angle AO_2B = 60^\circ$ ,  $O_1O_2 = a$ . Найдите радиусы окружностей.

C4

C5. Найдите наибольшее целое значение  $a$ , при котором уравнение  $3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$  имеет ровно два различных решения.

C5

C6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p$  — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

C6

# ОТВЕТЫ

## Тренировочная работа 1

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
15	8	55	4	1330	6	40	0	2	14	-5	3

С1	$n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	2
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
С6	2500 или 400

## Тренировочная работа 2

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	1740000	4	0,8	1020	7,5	14	-1,5	192	40	20	53

С1	$\pm \frac{\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$(0;1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	$m = n = k = 2$

## Тренировочная работа 3

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
6840	10	-20	0,5	2,5	8	7	2	12	37,5	-3	60

С1	$\frac{\pi}{4} + n\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right]$
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ или $-e^{\frac{1}{e}} < a < -1$
С6	нет

### Тренировочная работа 4

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
12	6	8	60	2,25	2	9	-1,5	33	11	-2	80

С1	$\pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
С2	2 или 14
С3	$(-2; -1) \cup (1; 2)$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	11

### Тренировочная работа 5

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	11	2	0,4	6740	5	21	2	54	13,75	9	21

С1	$\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$\frac{7}{4}$
С4	$\sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R+r)^2}$
С5	(0; 1)
С6	Да

### Тренировочная работа 6

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
58	3	-11	2,4	208800	7,5	-3	-2	8	400	-1	140

С1	$\left\{ \left( (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	1,2
С3	$(-7; -6) \cup [2; 2,5) \cup (4; 4,5]$
С4	$165^\circ$ или $105^\circ$
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	$42 \cdot 3 \cdot 2^5, 42 \cdot 7 \cdot 2^5, 42 \cdot 2 \cdot 3^5, 42 \cdot 7 \cdot 3^5, 42 \cdot 2 \cdot 7^5, 42 \cdot 3 \cdot 7^5$



### Тренировочная работа 7

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
15	3,5	5	1	756	7,5	2	4	18	1200	21	53

С1	$n\pi; \frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	$m = -11250; n = -9$ или $m = -37500; n = -3$ или $m = 0; n = 0$ или $m = 37500; n = 3$ или $m = 11250; n = 9$

### Тренировочная работа 8

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
11	4	29	6	1110	9	15	0,6	4	500	5	192

С1	$(2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	$(-\sqrt{5}; -2); (1; \sqrt{5})$
С4	$45^\circ$ или $135^\circ$
С5	$-24 < a < 18$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

### Тренировочная работа 9

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
8	16	7	9	11410	6	14	0,5	25	1,6	11	10

С1	$-\frac{\pi}{6} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$(-\infty - 2); (-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2}); (2; +\infty)$
С4	39 или 9
С5	$(0; 1)$
С6	между $\frac{62}{99}$ и $\frac{58}{93}$

### Тренировочная работа 10

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
190	5	42	0,6	1260	8	20	-3	4	30	-3	4

С1	$\left\{ \left( \frac{1}{2}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right) \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	0
С6	24

# РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

## Тренировочная работа 5

### Часть 2

C1. Решить уравнение  $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$ .

Решение:

Первый случай:  $\operatorname{tg} x = 0$ , тогда  $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Второй случай:  $\operatorname{tg} x \neq 0$ . Тогда  $\operatorname{tg} x < 0$  и  $6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4 = 0$ .

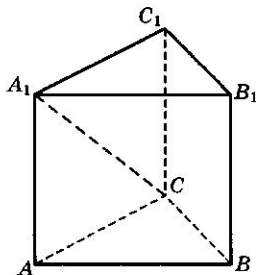
Решая квадратное уравнение относительно косинуса, находим:  $\cos x = \frac{1}{2}$  или  $\cos x = \frac{4}{3}$ .

Уравнение  $\cos x = \frac{4}{3}$  решений не имеет, а из уравнения  $\cos x = \frac{1}{2}$ , учитывая, что

$\operatorname{tg} x < 0$ , находим:  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Ответ:  $\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

C2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми  $AB$  и  $A_1C$ .



Решение:

Поскольку  $A_1B_1 \parallel AB$ , искомый угол равен углу  $B_1A_1C$ . Из теоремы косинусов для треугольника  $B_1A_1C$  получим  $\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$ . Но  $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$ , поэтому

$$\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

С3. Решите неравенство 
$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

Решение:

Преобразуем неравенство:

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + \log_{2x-3} (3x-5)^2 + 7}{2 \log_{2x-3} ((3x-5)(2x-3)) - 1} \leq 3;$$

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + 2 \log_{2x-3} (3x-5) + 7}{2 \log_{2x-3} (3x-5) + 1} \leq 3.$$

Пусть  $\log_{2x-3} (3x-5) = y$ .

Получаем:  $\frac{y^2 + 2y + 7}{2y + 1} \leq 3; \frac{(y-2)^2}{2y + 1} \leq 0.$

1.  $y = 2$ . Получаем: 
$$\begin{cases} (2x-3)^2 = 3x-5, \\ 2x-3 > 0, \\ 2x-3 \neq 1. \end{cases}$$

Решим уравнение:  $4x^2 - 15x + 14 = 0$ . Корни:  $\frac{7}{4}$  и 2. Условию удовлетворяет только  $\frac{7}{4}$ .

2.  $y < -\frac{1}{2}$ . Заметим, что обе функции  $y = 2x-3$  и  $y = 3x-5$  принимают значение 1 при  $x = 2$ , причем при любом  $x \neq 2$  они обе либо больше, либо меньше единицы. Следовательно,  $\log_{2x-3} (3x-5) > 0$  при всех допустимых  $x$ . Поэтому неравенство  $\log_{2x-3} (3x-5) < 0$  не имеет решений.

Ответ:  $\frac{7}{4}$ .

С4. Прямая касается окружностей радиусов  $R$  и  $r$  в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между центрами равно  $a$ , причем  $r < R$  и  $r + R < a$ . Найдите  $AB$ .

Решение:

Пусть  $O_1$  — центр окружности радиуса  $R$ ,  $O_2$  — центр окружности радиуса  $r$ ,  $A$  и  $B$  соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной,  $C$  и  $D$  соответственно — с внутренней,  $P$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $O_2$  на  $O_1A$  (рис. 1).

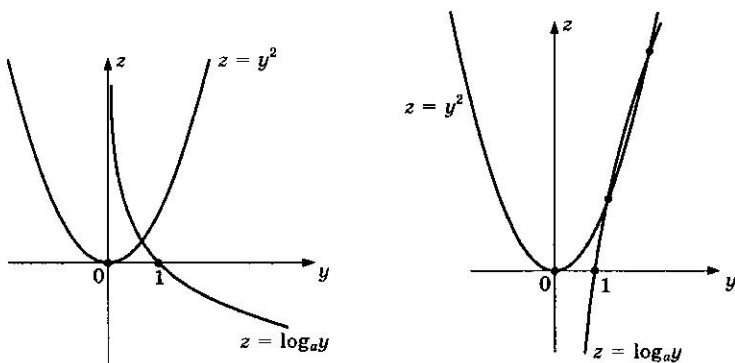
Из прямоугольного треугольника  $O_1O_2P$  находим, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R-r)^2},$$

а т.к.  $AP O_2 B$  — прямоугольник, то  $AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ .



Запишем второе уравнение в виде  $x^2 - 2x + y_0 = 0$ . Его дискриминант равен  $4 - 4y_0$ , и он положителен, поскольку  $y_0 < 1$ . Уравнение имеет два различных корня  $x_1$  и  $x_2$ . Значит, в этом случае система имеет ровно два решения  $(x_1; y_0)$  и  $(x_2; y_0)$ .



2. Пусть теперь  $a > 1$ . На рис. 2 видно, что в этом случае уравнение  $\log_a y = y^2$  если и имеет корни, то только большие единицы:  $y_0 > 1$ . Но тогда дискриминант уравнения  $x^2 - 2x + y_0 = 0$  отрицателен. Решений нет.

**Ответ:**  $0 < a < 1$ .

- С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

**Решение:**

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

*Примечание.* В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

**Ответ:** Да.



Blank  
ответов № 2



Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта
--------	--------------	-------------------	----------------

ПЕРЕПИСИТЕ значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ  
 Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
 Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **С1**.  
 Условия задания переписывать не нужно.

<b>ВНИМАНИЕ!</b>	Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета
------------------	---

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



*Справочное издание*

**Высоцкий И.Р., Гушин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,  
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,  
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,  
Шноль Д.Э., Яценко И.В.**

# **ЕГЭ**

# **МАТЕМАТИКА**

## **ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат  
№ 77.99.60.953.Д.007297.05.10 от 07.05.2010 г.

Главный редактор *Л.Д. Лапто*  
Редактор *И.М. Бокова*  
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*  
Корректор *Л.К. Корнилова*  
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*  
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.  
[www.examen.biz](http://www.examen.biz)

Е-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);  
по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)  
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции  
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов  
в ОАО «Щербинская типография»  
117623, г. Москва, ул. Типографская, 10  
т/ф (495) 659-25-63; e-mail: [v010203@yandex.ru](mailto:v010203@yandex.ru)

Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).**

ВСЕ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ ДЛЯ

# ЕГЭ 2011 МАТЕМАТИКА

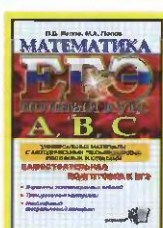
Издание гарантирует выработку устойчивых навыков безошибочных действий на экзамене и тренировку выполнения самых разных видов заданий.

- ◆ Приведены **реальные** типовые варианты экзаменационных работ 2011 года.
- ◆ Авторы пособия – ведущие специалисты, принимающие непосредственное участие в разработке методических материалов для подготовки к выполнению контрольных измерительных материалов ЕГЭ
- ◆ Единственное пособие, которое включает не только 10 полноценных вариантов экзаменационных заданий, но также:
  - инструкции по выполнению работы
  - вариант с подробным разбором всех решений и ответов
  - экзаменационные бланки и инструкции по их заполнению
  - ответы ко всем заданиям и критерии оценивания заданий части С

Если учащийся решил все задания данного пособия, он может с уверенностью сказать:

## Я готов к ЕГЭ по математике!

**Рекомендованный комплект пособий для подготовки к ЕГЭ 2011 по математике** избавит Вас от необходимости покупать множество книг и искать дополнительную информацию в Интернете



рекомендованные комплекты пособий аналогичной структуры пускаются по всем школьным предметам, которые выносятся на ЕГЭ 2011 года

[www.mioo.ru](http://www.mioo.ru)