

К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА



2011

**ТИПОВЫЕ
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ
РАЗРАБОТАНО МИОО**



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Разработано МИОО

для использования в образовательных учреждениях

Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий

для подготовки к единому государственному экзамену по математике

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2011**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 ЕГЭ 2011. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. **А.Л. Семенова, И.В. Ященко**. — М.: Издательство «Экзамен», 2011. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ 2011. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-03752-1

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2011 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2011 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Подписано в печать 20.07.2010. Формат 60×90/8.

Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 3,22. Усл. печ. л. 7.

Тираж 50 000 экз. Заказ 4414

ISBN 978-5-377-03752-1

© Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2011
© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Тренировочная работа 1	
Часть 1	6
Часть 2	8
Тренировочная работа 2	
Часть 1	10
Часть 2	12
Тренировочная работа 3	
Часть 1	14
Часть 2	16
Тренировочная работа 4	
Часть 1	18
Часть 2	20
Тренировочная работа 5	
Часть 1	22
Часть 2	24
Тренировочная работа 6	
Часть 1	26
Часть 2	28
Тренировочная работа 7	
Часть 1	30
Часть 2	32
Тренировочная работа 8	
Часть 1	33
Часть 2	35
Тренировочная работа 9	
Часть 1	37
Часть 2	39
Тренировочная работа 10	
Часть 1	41
Часть 2	43

Ответы

Тренировочная работа 1	45
Тренировочная работа 2	45
Тренировочная работа 3	46
Тренировочная работа 4	46
Тренировочная работа 5	47
Тренировочная работа 6	47
Тренировочная работа 7	48
Тренировочная работа 8	48
Тренировочная работа 9	49
Тренировочная работа 10	49

Решение заданий

Тренировочная работа 6	50
------------------------------	----

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

Часть 1

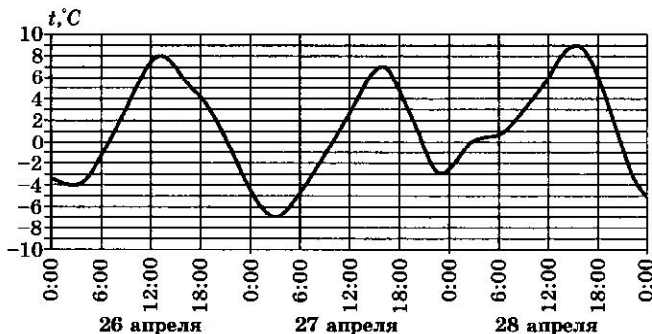
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 15 г масла в день. В лагере 87 человек. Сколько упаковок масла по 200 г понадобится на 1 день?

В2

- В2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

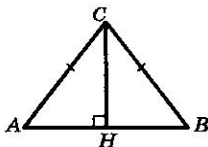


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$.

В4

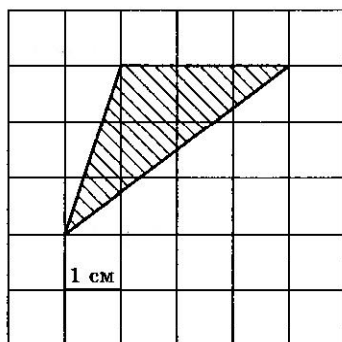
- В4. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB .



- B5.** Для остекления веранды требуется заказать 30 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,3 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

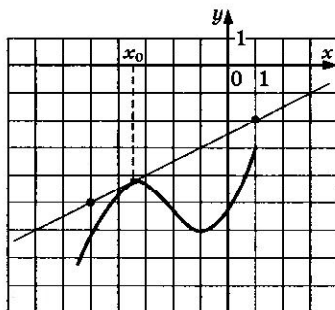
Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	300	17	
Б	320	10	
В	340	8	При заказе на сумму более 3000 руб. резка бесплатно

- B6.** На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения $5 \cdot 7^{\log_7 8}$.

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



B9

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 3 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12 \text{ мг}$ изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15 \text{ ч}$. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг ?

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

B12

B12. Из города А в город В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч , а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч , в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 54 км/ч . Ответ дайте в км/ч .

Часть 2

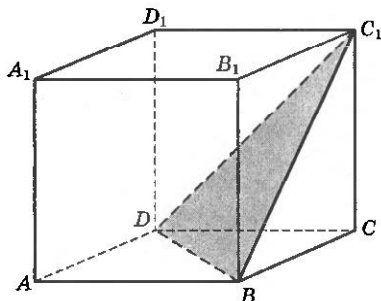
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $\frac{\sqrt{(x-5)(x+8)}}{\sqrt{(x+5)(x-8)}} = 0$.

C2

C2. В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AA_1 и плоскостью BC_1D .



С3. Решите неравенство $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3)$.

С3

С4. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$ и верхнее основание $BC = 5$. Известно, что $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите AC .

С4

С5. Найти все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} \log_a(x + y - 1) = x - 3, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

С5

С6. На числовой оси отмечены все точки с целыми координатами. Разрешается прыгать на 1 и на 4 вправо или влево. Можно ли за 2010 таких прыжков попасть из точки 1 в точку 2, ни разу не попадая в точки с координатами, кратными 4?

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

Часть 1

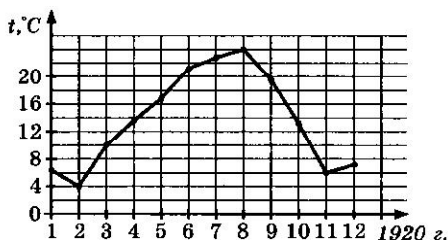
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 14 дней. В одной упаковке 20 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

В2

- В2. На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

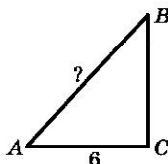


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_7(x - 6) = 2$.

В4

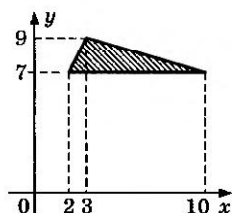
- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AC = 6$. Найдите AB .



- B5.** Строительной фирме нужно приобрести 72 кубометра досок у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

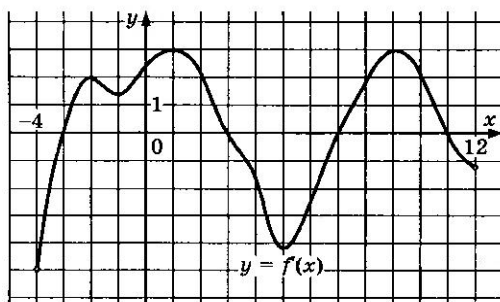
Поставщик	Стоимость досок (руб. за м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2950	5000	
Б	3000	6000	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2980	4000	При заказе более 75 м ³ доставка бесплатно

- B6.** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2;7), (10;7), (3;9).



- B7.** Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$.

- B8.** На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 12)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



- B9.** Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 18 см²? Ответ дайте в см².

B10

B10. Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 160 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$ на отрезке $[-1; 4]$.

B12

B12. Заказ на 165 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 4 детали больше?

Часть 2

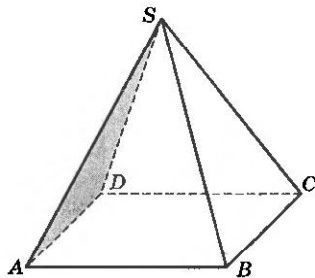
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} x - 3}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.

C2

C2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AB и плоскостью SAD .



C3

C3. Решите неравенство $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$.

C4

C4. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Известно, что $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.

C5. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2, \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C6. Решите в целых числах уравнение $m \cdot n^2 = 10^n n + m$.

C5

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

Часть 1

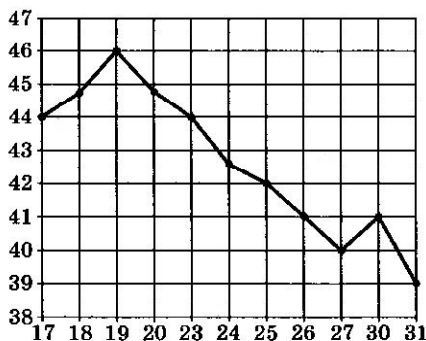
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 руб. 80 коп. 1 ноября счетчик электроэнергии показывал: 12625 киловатт-часов, а 1 декабря — 12802 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить хозяину квартиры за электроэнергию за ноябрь?

В2

- В2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_5(x - 4) = 2$.

В4

- В4. Один острый угол прямоугольного треугольника на 30° больше другого. Найдите больший острый угол.

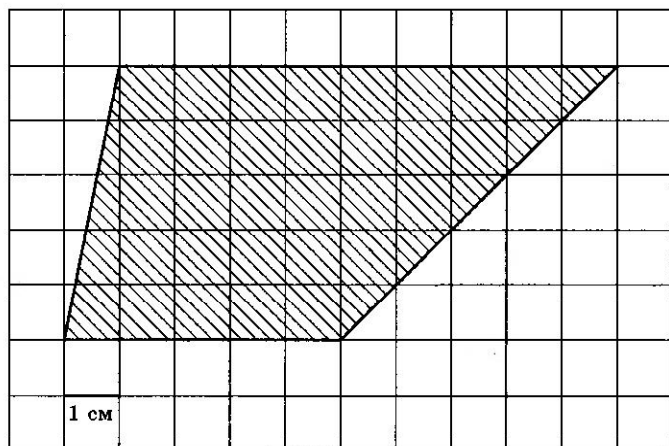


- В5. Семья из трех человек едет из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 830 рублей. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19 руб. за литр. Сколько рублей будет стоить самая дешевая поездка для этой семьи?

B5

- В6. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

B6

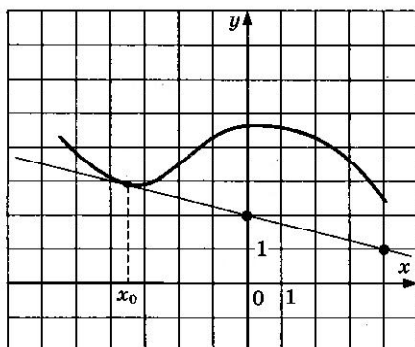


- В7. Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.

B7

- В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

B8



B9

- B9. Бильярдный шар весит 200 г. Сколько граммов будет весить шарик вдвое меньшего радиуса, сделанный из того же материала?

B10

- B10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $46,17 \cdot 10^{12}$, определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

B11

- B11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$ на отрезке $[-2; 1]$.

B12

- B12. Два велосипедиста одновременно отправились в 182-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Часть 2

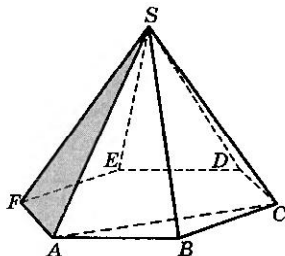
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите уравнение $\frac{17y^2 - 10y + 24}{y - 6} - \frac{15y^2 - 10y + 24}{y - 6} = 0$.

C2

- C2. В правильной шестиугольной пирамиде $SA_1 \dots F_6$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF .



С3. Решите неравенство $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7$.

С3

С4. Точки A_1 , B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC . Углы треугольника $A_1B_1C_1$ равны 90° , 60° и 30° . Найдите углы треугольника ABC .

С4

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6, \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

С5

С6. Все обыкновенные правильные несократимые дроби, числители и знаменатели которых двузначные числа, упорядочили по возрастанию. Между какими двумя последовательно расположенными дробями находится число $\frac{5}{8}$?

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

Часть 1

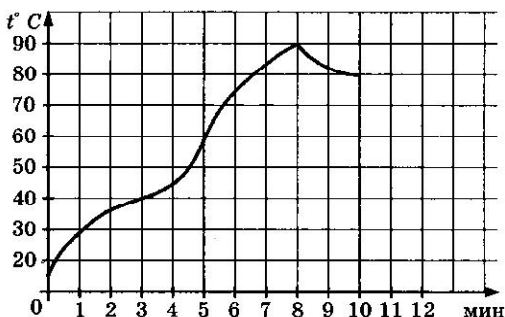
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1.** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Коли есть 140 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Ане на день рождения?

В2

- В2.** На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 °С до температуры 90 °С.

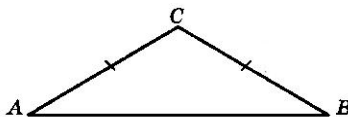


В3

- В3.** Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$.

В4

- В4.** В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120° , $AB = \sqrt{3}$. Найдите AC .

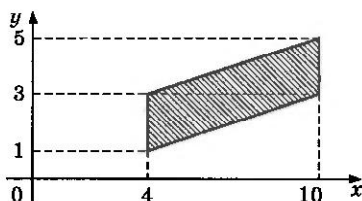


- B5.** Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
1. План «700»	600 руб. за 700 Мб трафика в месяц	2,5 руб. за 1 Мб сверх 700 Мб.
2. План «1000»	820 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб.
3. План «Безлимитный»	1100 руб. в месяц	Нет

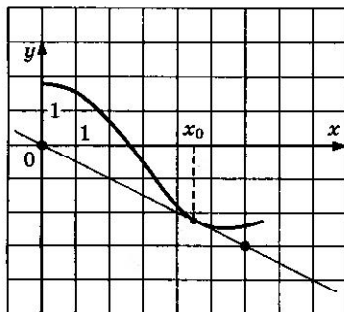
Пользователь предполагает, что его трафик составит 1100 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 1100 Мб?

- B6.** Найдите площадь четырехугольника, изображенного на рисунке.



- B7.** Вычислите значение выражения $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$.

- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- B9.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B10

B10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B11

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.

B12

B12. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 380 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 360 литров?

Часть 2

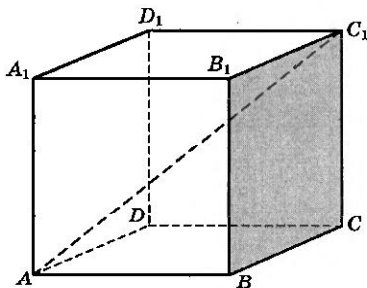
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $\frac{(y-19)(y+14)}{\log_{11}(y-15)} = 0$.

C2

C2. В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .



C3

C3. Решите неравенство $\frac{x^2 - 4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)} < 0$.

C4. Основания трапеции равны a и b . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

C4

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$
 не имеет решений.

C5

C6. Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

Часть 1

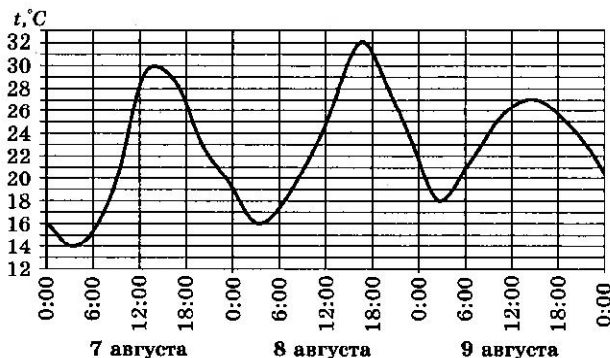
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. В школе есть трехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвуют 20 человек?

В2

- В2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.

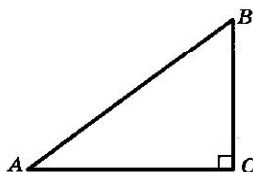


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 5$.

В4

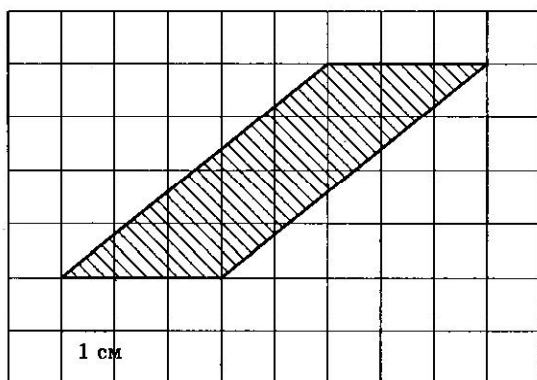
- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos B$.



- B5.** Для перевозки 3 т груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трех транспортных компаний. Каждая компания предлагает один вид автомобилей. Сколько рублей будет стоить наиболее дешевый вариант перевозки?

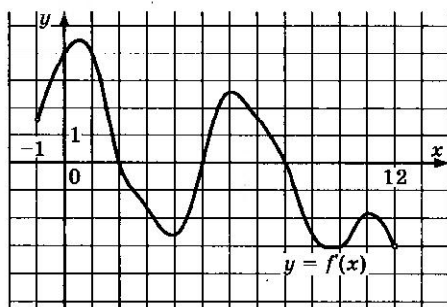
Компания-перевозчик	Стоимость перевозки (руб. за 10 км)	Грузоподъемность автомобилей (т)
А	90	1,8
Б	140	2,8
В	160	3,2

- B6.** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображён параллелограмм (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

- B8.** На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 15$ или совпадает с ней.



B9

- B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 64 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

- B10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340^\circ \text{ К}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B11

- B11. Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - 6 \lg x + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

B12

- B12. На изготовление 77 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 99 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

- C1. Решите уравнение $\frac{\sin 7y}{\cos 7y + 1} = 0$.

C2

- C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C3

- C3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2 - 1)} > 1$.

C4

- C4. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.

C5. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \log_{a^2} y = (x^2 + 3x + 2)^4, \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C5

C6. Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

Часть 1

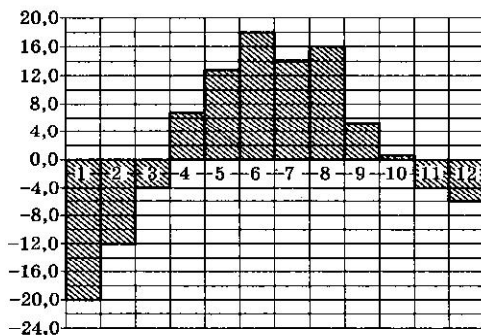
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

В2

- В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

- В3. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

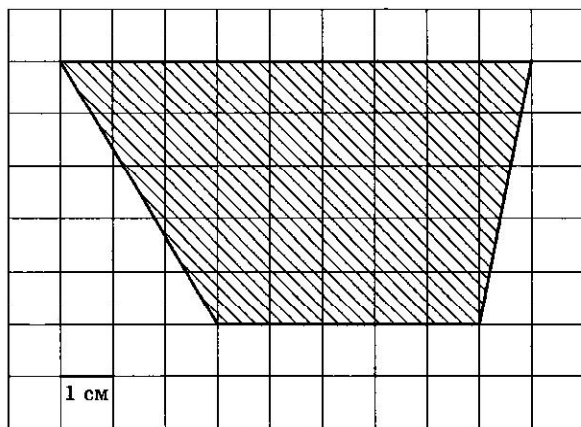
В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\sin B$.

В5

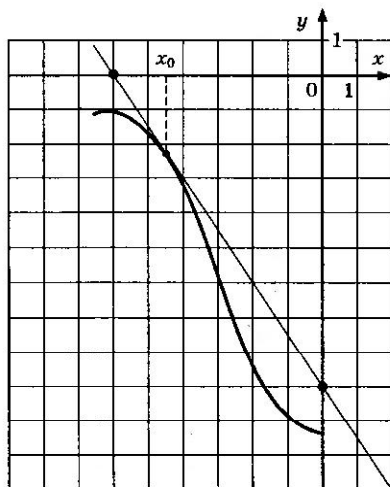
- В5. При строительстве дачи можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 7 тонн природного камня и 7 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 36 мешков цемента. Тонна камня стоит 1550 рублей, щебень стоит 610 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 250 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешевый вариант?

- В6. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



- В7. Найдите значение выражения $7 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

- В8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- В9. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B11

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

B12

B12. Моторная лодка прошла против течения реки 72 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 9 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Часть 2

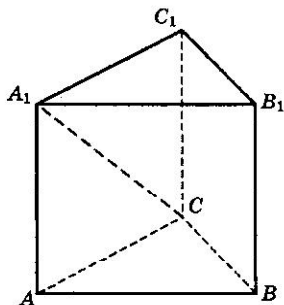
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\lg x} = 0$.

C2

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



C3

C3. Решите неравенство $\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3$.

- C4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

C4

- C5. Найдите все значения параметра a , при которых система

C5

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2, \\ x^2 + y = 2x \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

- C6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

Часть 1

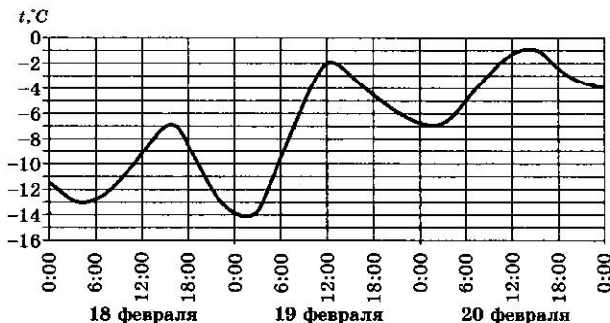
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Выпускники 11 «Б» класса покупают цветы для последнего звонка: букеты из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить цветы 18 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 25 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

В2

- В2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 20 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

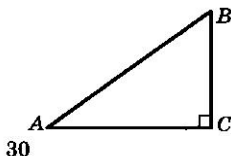


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$.

В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите $\sin B$.

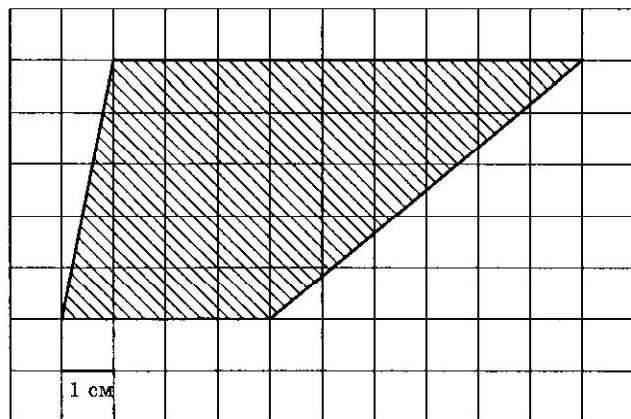


- B5.** Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяженностью 600 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
1	Дизельное	4	3400
2	Бензин	8	3000
3	Газ	11	3000

Цена дизельного топлива 16 руб. за литр, бензина — 20,5 руб. за литр, газа — 15 руб. за литр.

- B6.** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



- B7.** Вычислите значение выражения $\log_4 \log_8 \sqrt[4]{8}$.

- B8.** Прямая $y = 2x$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 5x^2 + 9x + 3$. Найдите абсциссу точки касания.

- B9.** Объем данного правильного тетраэдра равен 128 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. Высоту над землёй подброшенного вверх мяча можно вычислять по формуле $h(t) = 2 + 12t - 5t^2$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 6 метров?

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

B12

B12. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 6 км/ч.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $\frac{6^{x^2-8} - 6}{\sqrt{7+z} - 2} = 0$.

C2

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 5.

C3

C3. Решите неравенство $\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$.

C4

C4. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC .

C5

C5. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} a^{2x-y-1} = x + 3y - 7, \\ 4y - x = 6 \end{cases}$ имеет ровно два решения.

C6

C6. Решите в целых числах уравнение $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

Часть 1

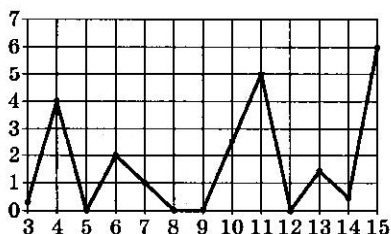
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1. Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 56 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

В1

- В2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.

В2

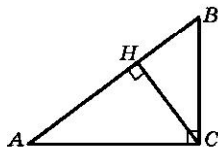


- В3. Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+7} = 7$.

В3

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC = 4$. Найдите высоту CH .

В4



B5

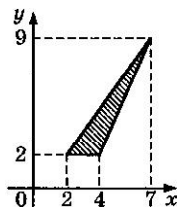
B5. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
1. Повременный	Нет	0,35 руб.
2. Комбинированный	140 руб. за 350 минут в месяц	Свыше 350 минут в месяц — 0,3 руб. за каждую минуту
3. Безлимитный	200 руб.	0 руб.

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составит 700 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

B6

B6. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

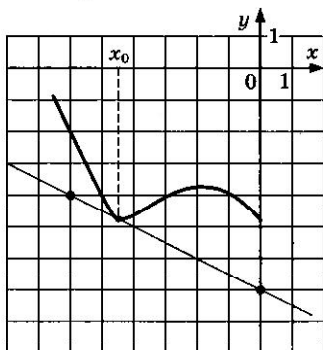


B7

B7. Найдите значение выражения $10 \cdot 7^{\log_7 4}$.

B8

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



B9

B9. Объем цилиндра равен 12 см^3 . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

B10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

 B10

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

 B11

B12. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 384 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 48 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

 B12

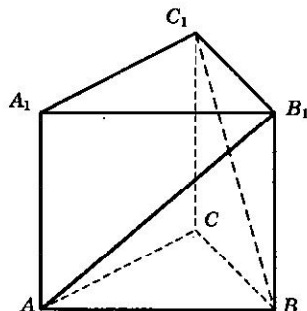
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{(x+9)(x-4)(x-12)}{\sqrt{x+4}-4} = 0$.

 C1

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .

 C2


C3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

 C3

C4 **C5** **C6**

- C4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что $CH = AB$. Найдите угол ACB .
- C5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$ имеет два корня.
- C6. При каком наибольшем n найдется n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

Часть 1

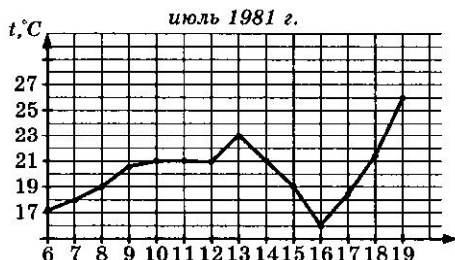
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Маша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 30 копеек. Перед отправкой сообщений на счете у Маши оставалось 30 рублей. Сколько рублей останется у Маши после отправки всех сообщений?

В1

- В2.** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наибольшая среднесуточная температура за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

В2

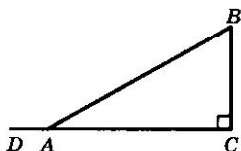


- В3.** Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.

В3

- В4.** В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° . Найдите синус угла BAD .

В4



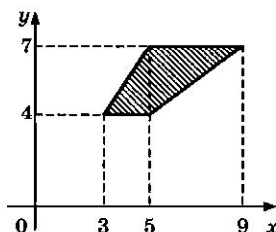
B5

- B5. Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3500	9900	
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

B6

- B6. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.

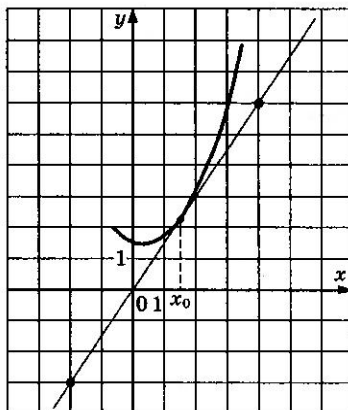


B7

- B7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

B8

- B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



B9. Объем конуса равен 6 см^3 . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

B9

B10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А . Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт , чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B10

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

B11

B12. Заказ на 130 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$.

C1

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани $AA_1 D_1 D$ призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой $B_1 D$, если расстояние между прямыми $A_1 C_1$ и BD равно $\sqrt{3}$.

C2

C3. Решите неравенство $\frac{\log_2(2x^2 - 13x + 20) - 1}{\log_3(x + 7)} \leq 0$.

C3

C4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O , угол AOC равен 60° . В треугольник ABC вписана окружность с центром M . Найдите угол AMC .

C4

C5

- C5. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} a^{y^2} = \sqrt[3]{-0,125 - 3x - 2x^2}, \\ 16x^2 + 1 = 8y - 24x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

C6

- C6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

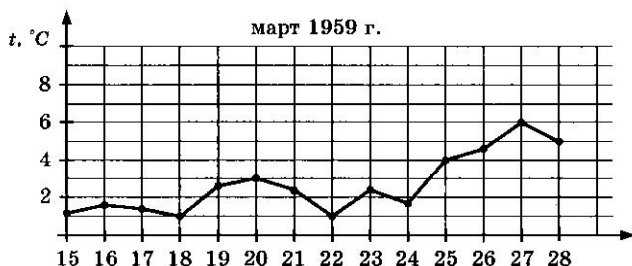
Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1. На счете Машиного мобильного телефона было 53 рубля, а после разговора с Леной осталось 8 рублей. Сколько минут длился разговор с Леной, если 1 минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

 В1

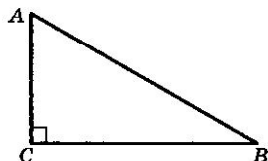
- В2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наибольшая среднесуточная температура в период с 17 по 24 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

 В2

- В3. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = -2$.

 В3

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 60° , $AB = 8$. Найдите AC .

 В4

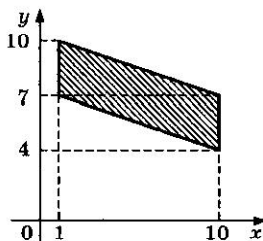
B5

- B5. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
1. Автобус	От дома до автобусной станции — 20 мин	Автобус в пути 1 ч 55 мин	От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин
2. Электричка	От дома до станции железной дороги — 15 мин	Электричка в пути 1 ч 20 мин	От станции до дачи пешком 40 мин
3. Маршрутное такси	От дома до остановки маршрутного такси — 25 мин	Маршрутное такси в дороге 1 ч 30 мин	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 30 мин

B6

- B6. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(10;4)$, $(10;7)$, $(1;10)$.

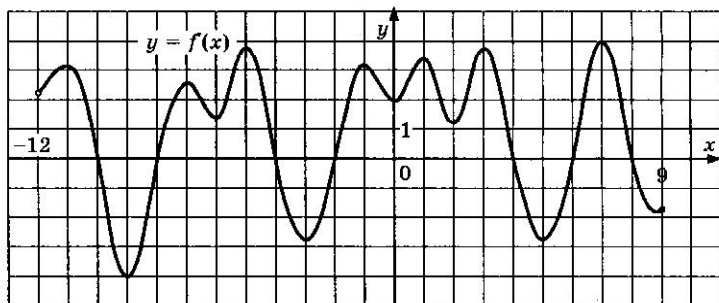


B7

- B7. Вычислите значение выражения $7^{\log_7 8} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$.

B8

- B8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-12; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 7]$.



B9. Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 22 см^2 ? Ответ дайте в см^2 .

B9

B10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-6} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B10

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = 8 \lg x - 8x - 2\pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

B11

B12. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью, на 3 км/ч большей, отправился второй. Расстояние между пристанями равно 154 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

B12

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{(5y - 8\pi)(8y - 5\pi)}{\sqrt{\sin y}} = 0$.

C1

C2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

C2

C3. Решите неравенство $\frac{\log_2(3x + 2)}{\log_3(2x + 3)} \leq 0$.

C3

C4

C5

C6

- C4. В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC = 24$, $MN = 12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC .
- C5. Найдите наибольшее целое значение a , при котором уравнение $3x^2 - 12x + 3a + 9 = 4 \sin \frac{4x - x^2 - a - 3}{2} \cdot \cos \frac{x^2 - 2x - a - 1}{2}$ имеет ровно два различных решения.
- C6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

ОТВЕТЫ

Тренировочная работа 1

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	14	4	6	3060	4,5	15	0,5	192	30	20	60

С1	-8
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$(-\sqrt{5}; -2); (1; \sqrt{5})$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
С6	нет

Тренировочная работа 2

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
3	20	55	9	216000	8	14	6	12	14	-2	15

С1	$x = \arctg 3 + \pi(2n + 1), n \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	$(0; 1) \cup (1; \sqrt[162]{10})$
С6	$m = -11250; n = -9$ или $m = -37500; n = -3$ или $m = 0; n = 0$ или $m = 37500; n = 3$ или $m = 11250; n = 9$

Тренировочная работа 3

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
318,6	39	29	60	1330	35	9	-0,25	25	1200	-3	13

С1	4
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$1 < a < e^e$ или $-e^e < a < -1$
С6	между $\frac{62}{99}$ и $\frac{58}{93}$

Тренировочная работа 4

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
3	3	8	1	1020	12	7	-0,5	4	500	-1	19

С1	19
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$(-\infty - 2); (-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2}); (2; +\infty)$
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	$m = n = k = 2$

Тренировочная работа 5

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	27	5	0,6	5600	12	2	4	8	400	11	9

С1	$\frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	39 или 9
С5	$(-1; 0) \cup (0; 1)$
С6	$42 \cdot 3 \cdot 2^5, 42 \cdot 7 \cdot 2^5, 42 \cdot 2 \cdot 3^5, 42 \cdot 7 \cdot 3^5, 42 \cdot 2 \cdot 7^5, 42 \cdot 3 \cdot 7^5$

Тренировочная работа 6

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
14	18	2	0,4	12050	35	21	-1,5	54	13,75	9	3

С1	$\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$\frac{7}{4}$
С4	$\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$
С5	$(0; 1)$
С6	Да

Тренировочная работа 7

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
2350	-7	42	0,8	3784	32,5	-3	-1	2	1,6	21	3

С1	3
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	2
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$1 < a < e^{\frac{1}{e}}$
С6	$h = 0; n = \pm 2$ или $h = 4; n = \pm 23$

Тренировочная работа 8

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
90	11	7	2,4	200	7	40	-0,5	4	37,5	-5	20

С1	4
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$(-2; -1] \cup (1; 2)$
С4	45° или 135°
С5	$-24 < a < 18$
С6	11

Тренировочная работа 9

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
9,2	26	-11	0,5	184900	9	20	1,5	18	11	5	10

С1	$\frac{\pi}{3} + \pi(2n + 1)$
С2	1,2
С3	$(-7; -6) \cup [2; 2,5) \cup (4; 4,5]$
С4	165° или 105°
С5	(0; 1)
С6	24

Тренировочная работа 10

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
18	3	-20	4	2,25	27	14	2	33	40	-3	11

С1	$\frac{5\pi}{8}$
С2	2 или 14
С3	$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right]$
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	0
С6	2500 или 400

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Тренировочная работа 6

Часть 2

C1. Решить уравнение $(6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4) \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$.

Решение:

Первый случай: $\operatorname{tg} x = 0$, тогда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Второй случай: $\operatorname{tg} x \neq 0$. Тогда $\operatorname{tg} x < 0$ и $6 \cos^2 x - 11 \cos x + 4 = 0$.

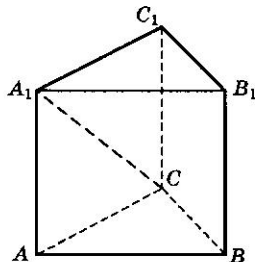
Решая квадратное уравнение относительно косинуса, находим: $\cos x = \frac{1}{2}$ или $\cos x = \frac{4}{3}$.

Уравнение $\cos x = \frac{4}{3}$ решений не имеет, а из уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$, учитывая, что

$\operatorname{tg} x < 0$, находим: $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



Решение:

Поскольку $A_1B_1 \parallel AB$, искомый угол равен углу B_1A_1C . Из теоремы косинусов для треугольника B_1A_1C получим $\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$. Но $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$, поэтому

$$\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

С3. Решите неравенство
$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

Решение:

Преобразуем неравенство:

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + \log_{2x-3} (3x-5)^2 + 7}{2 \log_{2x-3} ((3x-5)(2x-3)) - 1} \leq 3;$$

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + 2 \log_{2x-3} (3x-5) + 7}{2 \log_{2x-3} (3x-5) + 1} \leq 3.$$

Пусть $\log_{2x-3} (3x-5) = y$.

Получаем: $\frac{y^2 + 2y + 7}{2y + 1} \leq 3; \frac{(y-2)^2}{2y + 1} \leq 0.$

1. $y = 2$. Получаем:
$$\begin{cases} (2x-3)^2 = 3x-5, \\ 2x-3 > 0, \\ 2x-3 \neq 1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $4x^2 - 15x + 14 = 0$. Корни: $\frac{7}{4}$ и 2. Условию удовлетворяет только $\frac{7}{4}$.

2. $y < -\frac{1}{2}$. Заметим, что обе функции $y = 2x - 3$ и $y = 3x - 5$ принимают значение 1 при $x = 2$, причем при любом $x \neq 2$ они обе либо больше, либо меньше единицы. Следовательно, $\log_{2x-3} (3x-5) > 0$ при всех допустимых x . Поэтому неравенство $\log_{2x-3} (3x-5) < 0$ не имеет решений.

Ответ: $\frac{7}{4}$.

С4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

Решение:

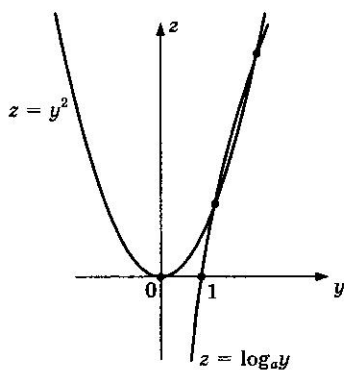
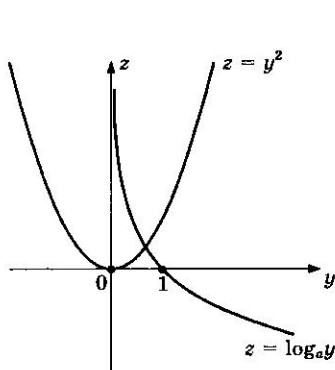
Пусть O_1 — центр окружности радиуса R , O_2 — центр окружности радиуса r , A и B соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной, C и D соответственно — с внутренней, P — основание перпендикуляра, опущенного из O_2 на O_1A (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника O_1O_2P находим, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R-r)^2},$$

а т.к. $AP O_2 B$ — прямоугольник, то $AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R-r)^2}$.

Запишем второе уравнение в виде $x^2 - 2x + y_0 = 0$. Его дискриминант равен $4 - 4y_0$, и он положителен, поскольку $y_0 < 1$. Уравнение имеет два различных корня x_1 и x_2 . Значит, в этом случае система имеет ровно два решения $(x_1; y_0)$ и $(x_2; y_0)$.



2. Пусть теперь $a > 1$. На рис. 2 видно, что в этом случае уравнение $\log_a y = y^2$ если и имеет корни, то только большие единицы: $y_0 > 1$. Но тогда дискриминант уравнения $x^2 - 2x + y_0 = 0$ отрицателен. Решений нет.

Ответ: $0 < a < 1$.

- С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?


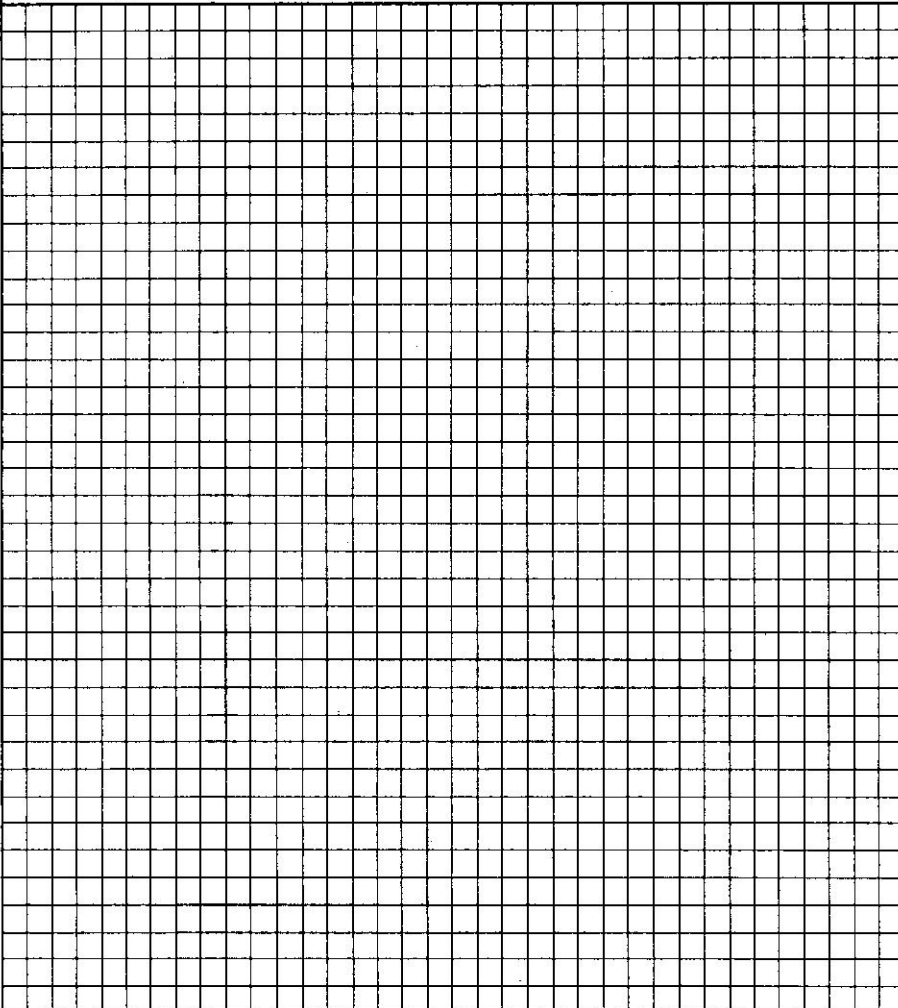
Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

▶ Единый государственный экзамен			
▶ Бланк ответов № 2			
Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта
Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ. Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1. Условия задания переписывать не нужно.			
ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета			
			

При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка

Справочное издание

**Высоцкий И.Р., Гушин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.007297.05.10 от 07.05.2010 г.

Главный редактор *Л.Д. Лапто*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Л.К. Корнилова*
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «ИЦербинская типография»
117623, г. Москва, ул. Типографская, 10
т/ф (495) 659-25-63; e-mail: v010203@yandex.ru

Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).